2017 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）．

1．若集合 $A=\{x|-2<x<1\}$， $B=\{x|x<-1$ 或 $x>3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A． $\{x|-2<x<-1\}$　　B． $\{x|-2<x<3\}$

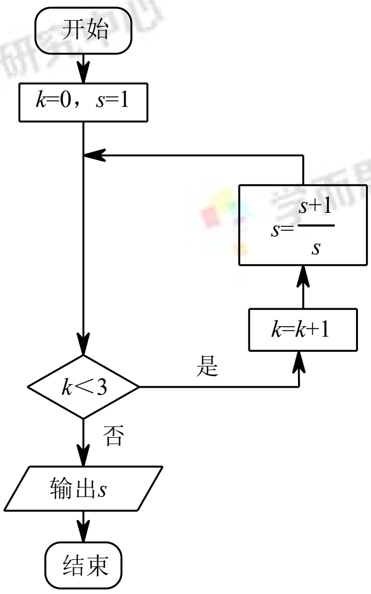
C． $\{x|-1<x<1\}$　　D． $\{x|1<x<3\}$

2．若复数 $(1-\mathrm{i})(a+\mathrm{i})$ 在复平面内对应的点在第二象限，则实数 a 的取值范围是（　　）

A． $(-\infty,1)$　　B． $(-\infty,-1)$

C． $(1,+\infty)$　　D． $(-1,+\infty)$

3．执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为（　　）



A． 2　　B． $\frac{3}{2}$　　C． $\frac{5}{3}$　　D． $\frac{8}{5}$

4．若 x， y 满足 $\begin{cases} x \leqslant 3 \\ x+y \geqslant 2 \\ y \leqslant x \end{cases}$，则 $x+2y$ 的最大值为（　　）

A．1　　　　B．3　　　　C．5　　　　D．9

5．已知函数 $f(x)=3^x-\left(\frac{1}{3}\right)^x$，则 $f(x)$（　　）

A．是奇函数，且在 **R** 上是增函数　　　　B．是偶函数，且在 **R** 上是增函数

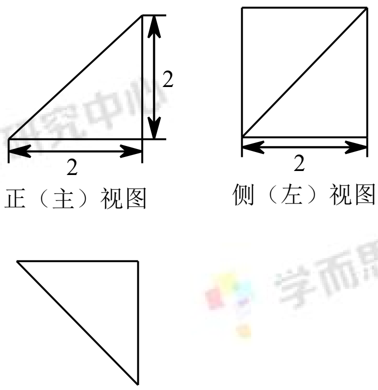
C．是奇函数，且在 **R** 上是减函数　　　　D．是偶函数，且在 **R** 上是减函数

6．设 $\boldsymbol{m}$， $\boldsymbol{n}$ 为非零向量，则“存在负数 λ，使得 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$”是“$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}<0$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

7．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的最长棱的长度为（　　）



正（主）视图　　侧（左）视图

俯视图

A．$3\sqrt{2}$　　　　B．$2\sqrt{3}$　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．2

8．根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361}，而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80}．则下列各数中与 $\frac{M}{N}$ 最接近的是（　　）（参考数据 $\lg 3 \approx 0.48$）

A．10^{33}　　　　B．10^{53}　　　　C．10^{73}　　　　D．10^{93}

第二部分

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9．若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则实数 $m=$__________.

10．若等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=b_1=-1$， $a_4=b_4=8$， 则 $\frac{a_2}{b_2}=$__________.

11．在极坐标系中，点 A 在圆 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$ 上，点 P 的坐标为 $(1，0)$，则 $|AP|$ 的最小值为__________.

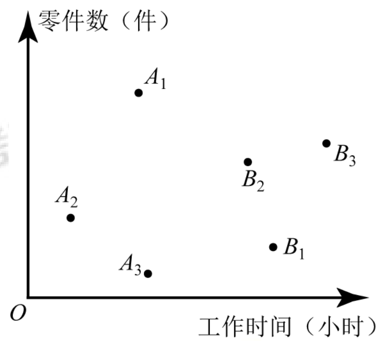
12．在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 y 轴对称．若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$__________．

13．能够说明"设 a，b，c 是任意实数．若 $a>b>c$，则 $a+b>c$"是假命题的一组整数 a，b，c 的值依次为__________．

14．三名工人加工同一种零件，他们在一天中的工作情况如图所示，其中点 A_i 的横、纵坐标分别为第 i 名工人上午的工作时间和加工的零件数，点 B_i 的横、纵坐标分别为第 i 名工人下午的工作时间和加工的零件数，$i=1$，2，3．

①记 Q_i 为第 i 名工人在这一天中加工的零件总数，则 Q_1，Q_2，Q_3 中最大的是________；

②记 p_i 为第 i 名工人在这一天中平均每小时加工的零件数，则 p_1，p_2，p_3 中最大的是__________．



三、**解答题**（共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．）

15．（本小题 13 分）

在△ ABC 中，$\angle A=60°$，$c=\frac{3}{7}a$．

（Ⅰ）求 $\sin C$ 的值；

（Ⅱ）若 $a=7$，求△ ABC 的面积．

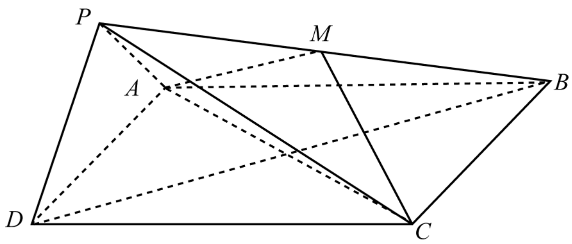
16．（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，点 M 在线段 PB 上，PD // 平面 MAC，$PA=PD=\sqrt{6}$，$AB=4$．

（Ⅰ）求证：M 为 PB 的中点；

（Ⅱ）求二面角 $B-PD-A$ 的大小；

（Ⅲ）求直线 MC 与平面 BDP 所成角的正弦值．



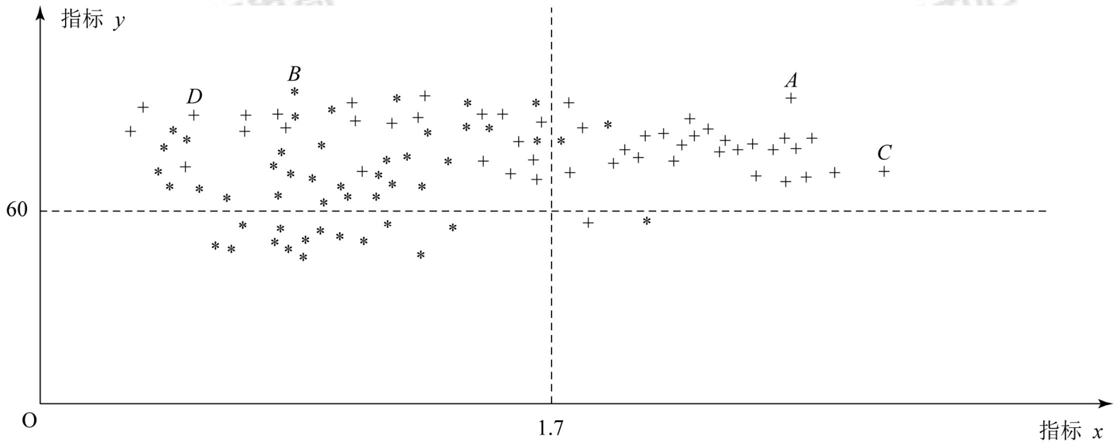
17.（本小题 13 分）

为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，一段时间后，记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据，并制成下图，其中“*”表示服药者，“+”表示未服药者．

（Ⅰ）从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 y 的值小于 60 的概率；

（Ⅱ）从图中 A，B，C，D 四人中随机选出两人，记 ξ 为选出的两人中指标 x 的值大于1.7 的人数，求 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$；

（Ⅲ）试判断这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差与未服药者指标 y 数据的方差的大小．（只需写出结论）



18.（本小题 14 分）

已知抛物线 C：$y^2=2px$ 过点 $P(1，1)$，过点 $\left(0，\frac{1}{2}\right)$ 作直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 M，N，过点 M 作 x 轴的垂线分别与直线 OP，ON 交于点 A，B，其中 O 为原点．

（Ⅰ）求抛物线 C 的方程，并求其焦点坐标和准线方程；

（Ⅱ）求证：A 为线段 BM 的中点．

19.（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x\cos x-x$．

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0，f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0，\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值．

20.（本小题 13 分）

设 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是两个等差数列，记

$$c_n=\max\{b_1-a_1n，b_2-a_2n，\cdots，b_n-a_nn\}\ （n=1，2，3\cdots），$$

其中 $\max\{x_1，x_2，\cdots，x_s\}$ 表示 x_1，x_2，$\cdots$，x_s 这 s 个数中最大的数．

（Ⅰ）若 $a_n=n$，$b_n=2n-1$，求 c_1，c_2，c_3 的值，并证明 $\{c_n\}$ 是等差数列；

（Ⅱ）证明：或者对任意正数M，存在正整数m，当$n \geqslant m$时，$\frac{c_n}{n} > M$；或者存在正整数m，使得c_m，c_{m+1}，c_{m+2}，…是等差数列.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

（试卷为手动录入，难免存在细微差错，如您发现试卷中的问题，敬请谅解！转载请注明出处！）