# 2017年高考全国I卷数学（文科）参考答案与解析

## 学而思高考研究中心

1.A

【解析】集合 $B=\left\{x\middle|x<\frac{3}{2}\right\}$ $A\cup B=\{x|x<2\}$ ， $A\cap B=\left\{x\middle|x<\frac{3}{2}\right\}$

2．B

【解析】标准差是评估稳定程度的数字特征.

3．C

【解析】对于 A: $\mathrm{i}(1+\mathrm{i})^2=\mathrm{i}(1+2\mathrm{i}+\mathrm{i}^2)=\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2-\mathrm{i}=-2$

B: $\mathrm{i}^2(1-\mathrm{i})=-1+\mathrm{i}$

C: $(1+\mathrm{i})^2=2\mathrm{i}$

D: $\mathrm{i}(1+\mathrm{i})=-1+\mathrm{i}$

4．B

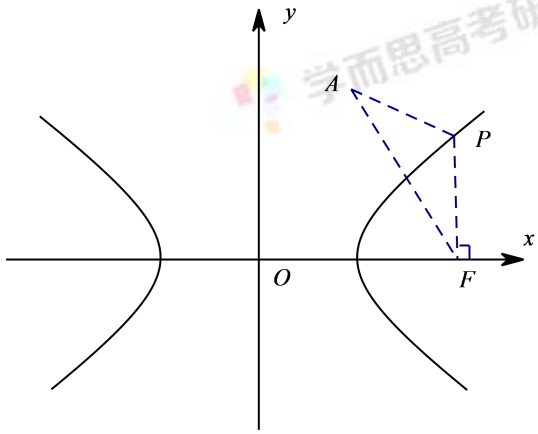
【解析】利用割补可以知道黑色部分为圆的面积的 $\frac{1}{2}$，记事件 $A$ 为：点落在黑色部分

$$P(A)=\frac{\frac{1}{2}\times\pi\times1^2}{4}=\frac{\pi}{8}$$

5．D

【解析】由圆锥曲线的解析式可知 $a^2=1,b^2=3,c^2=4$

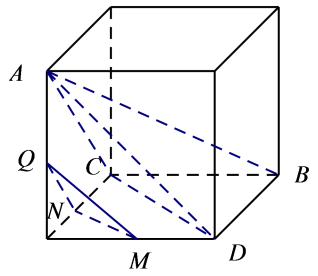
故 $F(2,0)$，则 $\triangle APF$ 在边 $PF$ 上的高 $h=x_F-x_A=1$ ， $|PF|=3,S=\frac{1}{2}\cdot|PF|h=\frac{3}{2}$




6．A

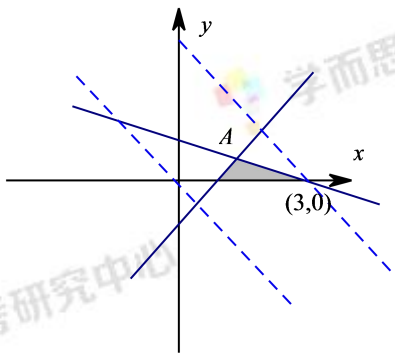
【解析】 对选项 A：连接 $AC$ 和 $CD$，$\because Q,M,N$ 都是中点，$\therefore AC\,//\,QM,CD\,//\,MN$ 且 $AC\cap CD=C,QN\cap NM=N$ ，所以面 $QMN\,//$ 面 $ACD$ ，而 $AB\cap$ 面

$ACD=A$ ，所以 $AB$ 不平行与面 $QMN$




7．D

【解析】如图所示在 $(3,0)$ 处直线 $z=x+y$ 的截距最大，$\therefore z=3+0$




8.C

【解析】$f(-x)=\dfrac{\sin(-2x)}{1-\cos(-x)}=\dfrac{-\sin 2x}{1-\cos x}=-f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 为奇函数，排除 B

$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0, f(\pi)=0$ 排除 D

当 $x\to 0_+$ 时 $f(x)>0$ 排除 A，只取 C

9.C

【解析】$f(x)$ 的定义域为 $(0,2)$ ，$f(x)=\ln x(2-x)$

设内层函数 $u=x(2-x)$，则其在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,2)$ 上单调递减，

$\because$ 外层函数 $y=\ln u$ 是单调递增的，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，$(1,2)$ 上单调递减，故 A、B 错误；

$f(2-x)=\ln(2-x)x=f(x)$ 由此可知 $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称，故 C 正确，D 错误.

10.D

【解析】根据题意当 $A>1000$ 时结束程序，所以在 $A\leqslant 1000$ 进入循环体，所以判断框填 $A\leqslant 1000$，根据题目要求 $n$ 为偶数，所以步长为 2，因此 $n=n+2$ ,答案为 D

11.B

【解析】

$\sin B+\sin A(\sin C-\cos C)=\sin(A+C)+\sin A\sin C-\sin A\cos C=\sin C\cos A+\sin A\sin C$

$=\sin C(\cos A+\sin A)=0$

$\because \sin C\neq 0$，$\therefore \cos A+\sin A=0$，$\therefore A=\frac{3\pi}{4}$，

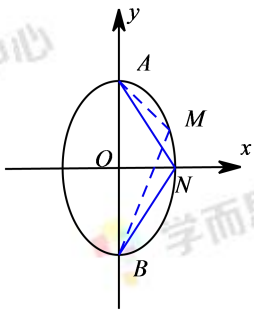
由正弦定理可得 $\sin C=\frac{c}{a}\cdot\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$，

$\therefore C=\frac{\pi}{6}$

12A

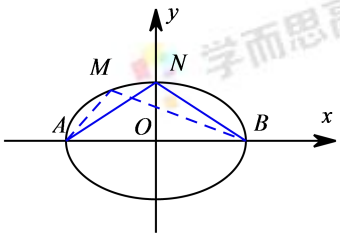
【解析】

当 $m>3$ 时，如图所示，当 $M$ 与 $N$ 点重合时 $\angle AMB$ 的角度最大，$\therefore$ $\angle ANB\geqslant\angle AMB$，$\therefore \angle ANO\geqslant 60^\circ$ $\tan\angle ANO=\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{3}}\geqslant\sqrt{3}$，$\therefore m\geqslant 9$




当 $m<3$ 时，如图所以 $\therefore \angle ANB\geqslant\angle AMB$，$\therefore \angle ANO\geqslant 60^\circ$ $\tan\angle ANO=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{m}}\geqslant\sqrt{3}$，

$\therefore m\leqslant 1$




由此可知 $m\in(0,1]\cup[9,+\infty)$

13. 7

【解析】$\vec{a}+\vec{b}=(m-1,3)$，$\because \vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直，$\therefore (\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=-(m-1)+6=0$，$\therefore m=7$

14. $y=x+1$

【解析】记 $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$，$f'(x)=2x-\frac{1}{x^2}$，$f'(1)=1$，$\therefore$ 直线方程为 $y-2=x-1$，即 $y=x+1$

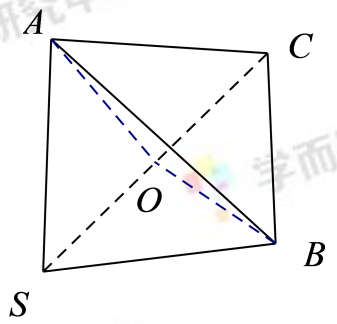
15. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【解析】$\because \alpha \in \left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\tan\alpha = 2$，$\therefore \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\therefore \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

16. 36π

【解析】




如图，设球半径为 $r$，已知 $SC$ 为球直径，$\therefore SC$ 中点为球心 $O$，

$\therefore SA \perp AC$，$SB \perp BC$，$OA = OB = OC = OS = r$，

又 $\because SA = AC$，$SB = BC$，$\therefore SA = AC = SB = BC = \sqrt{2}r$，$AO \perp SC$

又 $\because$ 平面 $SCA \perp$ 平面 $SCB$，平面 $SCA \cap$ 平面 $SCB = SC$，$AO \perp SC$，$AO \subset$ 平面 $SCA$

$\therefore AO \perp$ 平面 $SBC$，

$\therefore V_{S-ABC} = V_{A-SBC} = \frac{1}{3}|AO|S_{\triangle BCS} = \frac{1}{3}\cdot r\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}r\cdot\sqrt{2}r = \frac{1}{3}r^3 = 9$，

$\therefore r = 3$，球面积 $S_{球} = 4\pi r^2 = 36\pi$

17.

【解析】（1）设 $\{a_n\}$ 通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$，其中 $q$ 为公比

$\therefore a_1 + a_2 = a_1 + a_1 q = 2$，且 $a_1 + a_2 + a_3 = 2 + a_1 q^2 = -6$

解得 $a_1 = q = -2$

$\therefore a_n = (-2)\times(-2)^{n-1} = (-2)^n$

（2）$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{-2[1-(-2)^n]}{1-(-2)} = -\frac{(-2)^{n+1}+2}{3}$

$\therefore S_{n+1} = -\frac{(-2)^{n+2}+2}{3}$，$S_{n+2} = -\frac{(-2)^{n+3}+2}{3}$

$\therefore S_{n+1} + S_{n+2} = -\frac{(-2)^{n+2}+2}{3} - \frac{(-2)^{n+3}+2}{3} = \frac{4}{3}[(-2)^n - 1]$

又 $\because 2S_n = -\frac{2(-2)^{n+1}+4}{3} = \frac{4}{3}[(-2)^n - 1]$

$\therefore S_{n+1} + S_{n+2} = 2S_n$，即 $S_{n+1}$，$S_n$，$S_{n+2}$ 成等差数列

18.

【解析】（1）证明：$\because \angle BAP=\angle CDP=90^\circ$

$\therefore PA\perp AB$， $PD\perp CD$

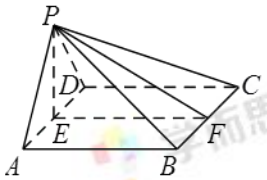
又$\because AB\,//\,CD$，$\therefore PD\perp AB$

又$\because PD\cap PA=P$， $PD$、$PA\subset$平面$PAD$

$\therefore AB\perp$平面$PAD$，又$AB\subset$平面$PAB$

$\therefore$平面$PAB\perp$平面$PAD$

（2）




取$AD$中点$E$， $BC$中点$F$，连接$PE$， $EF$， $PF$

$\because AB \underline{\underline{/\!/}} CD$

$\therefore$四边形$ABCD$为平行四边形

$\therefore EF \underline{\underline{/\!/}} AB$

由（1）知，$AB\perp$平面$PAD$

$\therefore EF\perp$平面$PAD$，又$PE$、$AD\subset$平面$PAD$

$\therefore EF\perp PE$， $EF\perp AD$

又$\because PA=PD$，$\therefore PE\perp AD$

$\therefore PE$、$EF$、$AD$两两垂直，四边形$ABCD$为矩形

又$\because EF\cap AD=E$

$\therefore PE\perp$平面$ABCD$，即$PE$为四棱锥$P-ABCD$的高

设$PA=PD=AB=DC=a$，$\therefore AD=\sqrt{2}a$， $PE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

所以四棱锥体积为：$V=\dfrac{1}{3}\cdot a\cdot\sqrt{2}a\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}a=\dfrac{1}{3}a^3=8$，得$a=2$

$\therefore S_{\triangle ABP}=S_{\triangle DCP}=S_{\triangle APD}=\dfrac{1}{2}a^2=2$

$\triangle PBC$中，$BC=PC=PB=\sqrt{2}a=2\sqrt{2}$

$\therefore$易求$S_{\triangle PBC}=2\sqrt{3}$

$\therefore$四棱锥$P-ABCD$的侧面积为$S=S_{\triangle ABP}+S_{\triangle DCP}+S_{\triangle APD}+S_{\triangle PBC}=6+2\sqrt{3}$

19.

【解析】（1）$\overline{i}=\dfrac{1+2+\cdots+16}{16}=8.5$

$$\therefore r=\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})(i-8.5)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{16}(i-8.5)^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})(i-8.5)}{4s\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{16}(i-8.5)^2}}=\frac{-2.78}{4\times0.212\times18.439}\approx 0.178$$

∴可以认为零件的尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小

（2）（i）$\bar{x}-3s=9.97-3\times0.212=9.334$，$\bar{x}+3s=9.97+3\times0.212=10.606$

$x_{13}=9.22$，在$(\bar{x}-3s,\bar{x}+3s)$之外，所以需对当天的生产过程进行检查

（ii）由（i），离群值为$x_{13}=9.22$

剔除数据之后：$\bar{x}=\dfrac{9.97\times16-9.22}{15}=10.02$.

$$\begin{aligned}s^2=[&(9.95-10.02)^2+(10.12-10.02)^2+(9.96-10.02)^2+(9.96-10.02)^2\\&+(10.01-10.02)^2+(9.92-10.02)^2+(9.98-10.02)^2+(10.04-10.02)^2\\&+(10.26-10.02)^2+(9.91-10.02)^2+(10.13-10.02)^2+(10.02-10.02)^2\\&+(10.04-10.02)^2+(10.05-10.02)^2+(9.95-10.02)^2]\times\frac{1}{15}\approx0.008\end{aligned}$$

$\therefore s=\sqrt{0.008}\approx0.09$

20.

【解析】(1) 设$A$，$B$两点的坐标为$(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)$，

若$x_1=x_2$，则$y_1=\dfrac{x_1^2}{4}=\dfrac{x_2^2}{4}=y_2$，$A$，$B$重合，所以$x_1\neq x_2$.

由题设，$x_1+x_2=4$，则直线$AB$的斜率为$k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{\frac{x_1^2}{4}-\frac{x_2^2}{4}}{x_1-x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{4}=1$.

(2) 由(1)，可设$AB$的方程为$y=x+b$，将$y=x+b$代入$y=\dfrac{x^2}{4}$，整理得

$x^2-4x-4b=0$，

由$\Delta=16+16b>0$，得$b>-1$.

由韦达定理，$x_1+x_2=4$，$x_1x_2=-4b$.

设点$M(x_0,y_0)$，因为$y'=\dfrac{2x}{4}=\dfrac{x}{2}$，所以点$M$处的切线的斜率为$\dfrac{x_0}{2}$.

因为$M$处的切线与$AB$平行，所以$\dfrac{x_0}{2}=1$，得$x_0=2$，于是$y_0=\dfrac{x_0^2}{4}=1$.

由$AM\perp BM$，有
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}&=(2-x_1,1-y_1)\cdot(2-x_2,1-y_2)\\&=(2-x_1)(2-x_2)+(1-x_1-b)(1-x_2-b)\\&=2x_1x_2-(3-b)(x_1+x_2)+b^2-2b+5\\&=-8b-4(3-b)+b^2-2b+5\\&=b^2-6b-7\\&=0\end{aligned}$$

解得$b=7$（$-1$舍）.

所以，直线$AB$的方程为$y=x+7$.

21.

【解析】(1) $f'(x)=2e^{2x}-ae^x-a^2=(2e^x+a)(e^x-a)$，

$a<0$时，$e^x-a>0$，令$2e^x+a=0$，得$x=\ln\left(-\dfrac{a}{2}\right)$.

当$x<\ln\left(-\dfrac{a}{2}\right)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调减；当$x>\ln\left(-\dfrac{a}{2}\right)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$

单调增.

$a=0$ 时，$f'(x)=2e^{2x}>0$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调增

$a>0$ 时，$2e^{x}+a>0$，令 $e^{x}-a=0$，得 $x=\ln a$.

当 $x<\ln a$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调减；当 $x>\ln a$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调增.

综上，当 $a<0$ 时，$f(x)$ 在 $\left(-\infty,\ln\left(-\frac{a}{2}\right)\right)$ 上单调递减，在 $\left(\ln\left(-\frac{a}{2}\right),+\infty\right)$ 上单调递增；

当 $a=0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增；

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 上单调递减，在 $(\ln a,+\infty)$ 上单调递增.

(2) $a<0$ 时，由(1)知，$f(x)$ 在 $\left(-\infty,\ln\left(-\frac{a}{2}\right)\right)$ 上单调递减，在 $\left(\ln\left(-\frac{a}{2}\right),+\infty\right)$ 上单调递增，

所以，$f(x)_{\min}=f\left(\ln\left(-\frac{a}{2}\right)\right)=\left(-\frac{a}{2}\right)\left(-\frac{a}{2}-a\right)-a^{2}\ln\left(-\frac{a}{2}\right)=a^{2}\left(\frac{3}{4}-\ln\left(-\frac{a}{2}\right)\right)$.

因此 $f(x)\geqslant 0$，只需 $\frac{3}{4}-\ln\left(-\frac{a}{2}\right)\geqslant 0$，解得 $-2e^{\frac{3}{4}}\leqslant a<0$.

$a=0$ 时，$f(x)=e^{2x}>0$.

$a>0$ 时，同理由(1)可知，$f(x)_{\min}=f(\ln a)=a(a-a)-a^{2}\ln a=-a^{2}\ln a$.

所以，只需 $-a^{2}\ln a\geqslant 0$，解得 $0<a\leqslant 1$.

综上，$a$ 的取值范围是 $\left[-2e^{\frac{3}{4}},1\right]$.

22.

【解析】（1）$a=-1$ 时，直线 $l$ 的方程为 $x+4y-3=0$.

曲线 $C$ 的标准方程是 $\frac{x^{2}}{9}+y^{2}=1$，

联立方程 $\begin{cases}x+4y-3=0\\ \frac{x^{2}}{9}+y^{2}=1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=3\\ y=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\frac{21}{25}\\ y=\frac{24}{25}\end{cases}$，

则 $C$ 与 $l$ 交点坐标是 $(3,0)$ 和 $\left(-\frac{21}{25},\frac{24}{25}\right)$

（2）直线 $l$ 一般式方程是 $x+4y-4-a=0$.

设曲线 $C$ 上点 $p(3\cos\theta,\sin\theta)$.

则 $P$ 到 $l$ 距离 $d=\frac{|3\cos\theta+4\sin\theta-4-a|}{\sqrt{17}}=\frac{|5\sin(\theta+\varphi)-4-a|}{\sqrt{17}}$，其中 $\tan\varphi=\frac{3}{4}$.

依题意得：$d_{\max}=\sqrt{17}$，解得 $a=-16$ 或 $a=8$

23.

【解析】（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=-x^2+x+4$，是开口向下，对称轴 $x=\frac{1}{2}$ 的二次函数.

$$g(x)=|x+1|+|x-1|=\begin{cases}2x，x>1\\2，-1\leqslant x\leqslant 1\\-2x，x<-1\end{cases}，$$

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，令 $-x^2+x+4=2x$，解得 $x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}$

$g(x)$ 在 $(1，+\infty)$ 上单调递增，$f(x)$ 在 $(1，+\infty)$ 上单调递减

∴此时 $f(x)\geqslant g(x)$ 解集为 $\left(1，\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right]$.

当 $x\in[-1，1]$ 时，$g(x)=2$，$f(x)\geqslant f(-1)=2$.

当 $x\in(-\infty，-1)$ 时，$g(x)$ 单调递减，$f(x)$ 单调递增，且 $g(-1)=f(-1)=2$.

综上所述，$f(x)\geqslant g(x)$ 解集 $\left[-1，\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right]$.

（2）依题意得：$-x^2+ax+4\geqslant 2$ 在 $[-1，1]$ 恒成立.

即 $x^2-ax-2\leqslant 0$ 在 $[-1，1]$ 恒成立.

则只须 $\begin{cases}1^2-a\cdot 1-2\leqslant 0\\(-1)^2-a(-1)-2\leqslant 0\end{cases}$，解出：$-1\leqslant a\leqslant 1$.

故 $a$ 取值范围是 $[-1，1]$.