**第3章　三角恒等变换(B)**

(时间：120分钟　满分：160分)

一、填空题(本大题共14小题，每小题5分，共70分)

1．函数*f*(*x*)＝sin2(2*x*－)的最小正周期是\_\_\_\_\_\_．

2．sin 15°cos 75°＋cos 15°sin 105°＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

3．已知*α*∈(，π)，sin *α*＝，则tan(*α*＋)＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4．函数*f*(*x*)＝sin *x*－cos *x*(*x*∈[－π，0])的单调递增区间是\_\_\_\_\_\_\_\_．

5．化简：的结果为\_\_\_\_\_\_．

6．已知sin *α*cos *β*＝1，则sin(*α*－*β*)＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

7．若函数*f*(*x*)＝sin(*x*＋)＋*a*sin(*x*－)的一条对称轴方程为*x*＝，则*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

8．函数*y*＝sin 2*x*＋sin2*x*，*x*∈**R**的值域是\_\_\_\_\_\_．

9．若3sin *θ*＝cos *θ*，则cos 2*θ*＋sin 2*θ*的值等于\_\_\_\_\_\_．

10．已知3cos(2*α*＋*β*)＋5cos *β*＝0，则tan(*α*＋*β*)tan *α*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

11．若cos ＝，sin ＝－，则角*θ*的终边一定落在直线\_\_\_\_\_\_\_\_上．

12．若0<*α*<<*β*<π，且cos *β*＝－，sin(*α*＋*β*)＝，则cos *α*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

13．函数*y*＝sin(*x*＋10°)＋cos(*x*＋40°)，(*x*∈**R**)的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．使奇函数*f*(*x*)＝sin(2*x*＋*θ*)＋cos(2*x*＋*θ*)在[－，0]上为减函数的所有*θ*的集合为\_\_\_\_\_\_．

二、解答题(本大题共6小题，共90分)

15．(14分)已知sin(*α*＋)＝－，*α*∈(0，π)．

(1)求的值；

(2)求cos(2*α*－)的值．

16．(14分)已知函数*f*(*x*)＝2cos *x*sin *x*＋2cos2*x*－.

(1)求函数*f*(*x*)的最小正周期；

(2)求函数*f*(*x*)的最大值和最小值及相应的*x*的值；

(3)求函数*f*(*x*)的单调增区间．

17．(14分)已知向量***a***＝(cos ，sin )，***b***＝(cos ，－sin )，且*x*∈[－，]．

(1)求***a***·***b***及|***a***＋***b***|；

(2)若*f*(*x*)＝***a***·***b***－|***a***＋***b***|，求*f*(*x*)的最大值和最小值．

18．(16分)已知△*ABC*的内角*B*满足2cos 2*B*－8cos *B*＋5＝0，若＝***a***，＝***b***且***a***，***b***满足：***a***·***b***＝－9，|***a***|＝3，|***b***|＝5，*θ*为***a***，***b***的夹角．

(1)求角*B*；

(2)求sin(*B*＋*θ*)．

19．(16分)已知向量***m***＝(－1，cos *ωx*＋sin *ωx*)，***n***＝(*f*(*x*)，cos *ωx*)，其中*ω*>0，且

***m***⊥***n***，又函数*f*(*x*)的图象任意两相邻对称轴的间距为.

(1)求*ω*的值；

(2)设*α*是第一象限角，且*f*(*α*＋)＝，求的值．

20．(16分)已知函数*f*(*x*)＝sin 2*x*sin *φ*＋cos2*x*cos *φ*－sin(＋*φ*)(0<*φ*<π)，其图象过点(，)．

(1)求*φ*的值；

(2)将函数*y*＝*f*(*x*)的图象上各点的横坐标缩短到原来的，纵坐标不变，得到函数*y*＝*g*(*x*)的图象，求函数*g*(*x*)在[0，]上的最大值和最小值．

**第3章　三角恒等变换(B)**

1.

解析　∵*f*(*x*)＝[1－cos(4*x*－)]

＝－sin 4*x*

∴*T*＝＝.

2．1

解析　原式＝sin 15°cos 75°＋cos 15°sin 75°＝sin 90°＝1.

3.

解析　∵*α*∈(，π)，sin *α*＝，

∴cos *α*＝－，

tan *α*＝＝－.

∴tan(*α*＋)＝＝＝.

4．[－，0]

解析　*f*(*x*)＝sin *x*－cos *x*＝2sin(*x*－)．

令2*k*π－≤*x*－≤2*k*π＋(*k*∈**Z**)，

得2*k*π－≤*x*≤2*k*π＋(*k*∈**Z**)，

令*k*＝0得－≤*x*≤.

由此可得[－，0]符合题意．

5.

解析　原式＝

＝＝sin 60°＝.

6．1

解析　∵sin *α*cos *β*＝1，

∴sin *α*＝cos *β*＝1，或sin *α*＝cos *β*＝－1，

∴cos *α*＝sin *β*＝0.

∴sin(*α*－*β*)＝sin *α*cos *β*－cos *α*sin *β*＝sin *α*cos *β*＝1.

7.

解析　*f*(*x*)＝sin(*x*＋)－*a*sin(－*x*)

＝sin(*x*＋)－*a*cos(＋*x*)

＝sin(*x*＋－*φ*)

∴*f*()＝sin ＋*a*sin

＝*a*＋＝.

解得*a*＝.

8.

解析　*y*＝sin 2*x*＋sin2*x*＝sin 2*x*＋

＝sin 2*x*－cos 2*x*＋

＝sin(2*x*－)＋，

∵*x*∈**R**，

∴－1≤sin(2*x*－)≤1，

∴*y*∈[－＋，＋]．

9.

解析　∵3sin *θ*＝cos *θ*，∴tan *θ*＝.

cos 2*θ*＋sin 2*θ*＝cos2*θ*－sin2*θ*＋2sin *θ*cos *θ*

＝

＝＝＝.

10．－4

解析　3cos(2*α*＋*β*)＋5cos *β*

＝3cos(*α*＋*β*)cos *α*－3sin(*α*＋*β*)sin *α*＋5cos(*α*＋*β*)cos *α*＋5sin(*α*＋*β*)sin *α*＝0，

∴2sin(*α*＋*β*)sin *α*＝－8cos(*α*＋*β*)cos *α*，

∴tan(*α*＋*β*)tan *α*＝－4.

11．24*x*－7*y*＝0

解析　cos ＝，sin ＝－，tan ＝－，

∴tan *θ*＝＝＝.

∴角*θ*的终边在直线24*x*－7*y*＝0上．

12.

解析　cos *β*＝－，sin *β*＝，

sin(*α*＋*β*)＝，cos(*α*＋*β*)＝－，

故cos *α*＝cos[(*α*＋*β*)－*β*]

＝cos(*α*＋*β*)cos *β*＋sin(*α*＋*β*)sin *β*

＝(－)×(－)＋×＝.

13．1

解析　令*x*＋10°＝*α*，则*x*＋40°＝*α*＋30°，

∴*y*＝sin *α*＋cos(*α*＋30°)

＝sin *α*＋cos *α*cos 30°－sin *α*sin 30°

＝sin *α*＋cos *α*

＝sin(*α*＋60°)．

∴*y*max＝1.

14.

解析　∵*f*(*x*)为奇函数，∴*f*(0)＝sin *θ*＋cos *θ*＝0.

∴tan *θ*＝－.∴*θ*＝*k*π－，(*k*∈**Z**)．

∴*f*(*x*)＝2sin(2*x*＋*θ*＋)

＝2sin(2*x*＋*k*π)．

当*k*为偶数时，*f*(*x*)＝2sin 2*x*，不合题意；

当*k*为奇数时，*f*(*x*)＝－2sin 2*x*，

函数在上为减函数．

∴*f*(*x*)＝－2sin 2*x*，∴*θ*＝＋2*k*π，*k*∈**Z**.

15．解　(1)sin(*α*＋)＝－，*α*∈(0，π)

⇒cos *α*＝－，*α*∈(0，π)⇒sin *α*＝.

＝＝－.

(2)∵cos *α*＝－，sin *α*＝⇒sin 2*α*＝－，

cos 2*α*＝－.

cos(2*α*－)＝－cos 2*α*＋sin 2*α*＝－.

16．解　(1)原式＝sin 2*x*＋cos 2*x*＝2(sin 2*x*＋cos 2*x*)

＝2(sin 2*x*cos ＋cos 2*x*sin )

＝2sin(2*x*＋)．

∴函数*f*(*x*)的最小正周期为π.

(2)当2*x*＋＝2*k*π＋，即*x*＝*k*π＋(*k*∈**Z**)时，*f*(*x*)有最大值为2.

当2*x*＋＝2*k*π－，即*x*＝*k*π－(*k*∈**Z**)时，*f*(*x*)有最小值为－2.

(3)要使*f*(*x*)递增，必须使2*k*π－≤2*x*＋≤2*k*π＋(*k*∈**Z**)，

解得*k*π－≤*x*≤*k*π＋(*k*∈**Z**)．

∴函数*f*(*x*)的递增区间为[*k*π－，*k*π＋](*k*∈**Z**)．

17．解　(1)***a***·***b***＝cos cos －sin sin ＝cos 2*x*，

|***a***＋***b***|＝

＝＝2|cos *x*|，

∵*x*∈[－，]，∴cos *x*>0，

∴|***a***＋***b***|＝2cos *x*.

(2)*f*(*x*)＝cos 2*x*－2cos *x*＝2cos2*x*－2cos *x*－1

＝2(cos *x*－)2－.

∵*x*∈[－，]．∴≤cos *x*≤1，

∴当cos *x*＝时，*f*(*x*)取得最小值－；当cos *x*＝1时，*f*(*x*)取得最大值－1.

18．解　(1)2(2cos2*B*－1)－8cos *B*＋5＝0，即4cos2*B*－8cos *B*＋3＝0，得cos *B*＝.

又*B*为△*ABC*的内角，∴*B*＝60°.

(2)∵cos *θ*＝＝－，

∴sin *θ*＝.

∴sin(*B*＋*θ*)＝sin *B*cos *θ*＋cos *B*sin θ＝.

19．解　(1)由题意，得***m***·***n***＝0，所以

*f*(*x*)＝cos *ωx*·(cos *ωx*＋sin *ωx*)＝＋＝sin(2*ωx*＋)＋.

根据题意知，函数*f*(*x*)的最小正周期为3π.

又*ω*>0，所以*ω*＝.

(2)由(1)知*f*(*x*)＝sin(＋)＋，所以*f*(*α*＋)＝sin(*α*＋)＋＝cos *α*＋＝.

解得cos *α*＝.

因为*α*是第一象限角，故sin *α*＝.

所以＝＝＝＝－.

20．解　(1)因为*f*(*x*)＝sin 2*x*sin *φ*＋cos2*x*cos *φ*－sin(＋*φ*)(0<*φ*<π)，

所以*f*(*x*)＝sin 2*x*sin *φ*＋cos *φ*－cos *φ*

＝sin 2*x*sin *φ*＋cos 2*x*cos *φ*

＝(sin 2*x*sin *φ*＋cos 2*x*cos *φ*)

＝cos(2*x*－*φ*)．

又函数图象过点(，)，所以＝cos(2×－*φ*)，

即cos(－*φ*)＝1，

又0<*φ*<π，所以*φ*＝.

(2)由(1)知*f*(*x*)＝cos(2*x*－)，将函数*y*＝*f*(*x*)的图象上各点的横坐标缩短到原来的，纵坐标不变，得到函数*y*＝*g*(*x*)的图象，可知*g*(*x*)＝*f*(2*x*)＝cos(4*x*－)，

因为*x*∈[0，]，所以4*x*∈[0，π]，

因此4*x*－∈[－，]，

故－≤cos(4*x*－)≤1.

所以*y*＝*g*(*x*)在[0，]上的最大值和最小值分别为和－.