



北京市东城区 2016-2017 学年度第二学期高三综合练习（一）

数学（理科）

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$ ， $B = \{x | 1 < x < 3\}$ ，则 $A \cup B =$

- (A) $\{x | -1 < x < 3\}$ (B) $\{x | -1 < x < 1\}$
 (C) $\{x | 1 < x < 2\}$ (D) $\{x | 2 < x < 3\}$

(2) 已知命题 $p: \forall n \in \mathbf{N}, 2^n > \sqrt{n}$ ，则 $\neg p$ 是

- (A) $\forall n \in \mathbf{N}, 2^n \leq \sqrt{n}$ (B) $\forall n \in \mathbf{N}, 2^n < \sqrt{n}$
 (C) $\exists n \in \mathbf{N}, 2^n \leq \sqrt{n}$ (D) $\exists n \in \mathbf{N}, 2^n > \sqrt{n}$

(3) 已知圆的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + \sqrt{2} \cos \theta, \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)，则圆心到直线 $y = x + 3$ 的距离为

- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$

(4) 已知 m 是直线， α, β 是两个互相垂直的平面，则“ $m \parallel \alpha$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的

- (A) 充分而不必要条件
 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件
 (D) 既不充分也不必要条件

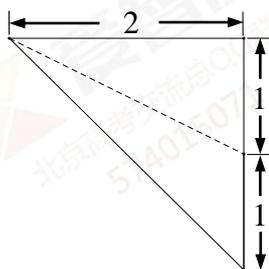
(5) 已知向量 a, b 满足 $2a + b = 0$ ， $a \cdot b = -2$ ，则 $(3a + b) \cdot (a - b) =$

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5

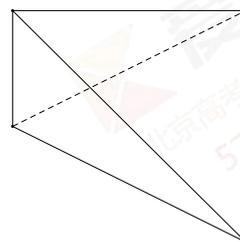


(6) 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为

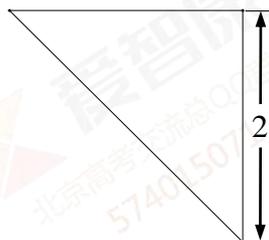
- (A) $\frac{1}{3}$
 (B) $\frac{2}{3}$
 (C) 1
 (D) $\frac{4}{3}$



正(主)视图



侧(左)视图



俯视图

(7) 将函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $m(m > 0)$ 个单位长度，得到

函数 $y = f(x)$ 图象在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 上单调递减，则 m 的最小值为

- (A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

(8) 甲抛掷均匀硬币 2017 次，乙抛掷均匀硬币 2016 次，下列四个随机事件的概率是 0.5 的是

- ①甲抛出正面次数比乙抛出正面次数多.
 ②甲抛出反面次数比乙抛出正面次数少.
 ③甲抛出反面次数比甲抛出正面次数多.
 ④乙抛出正面次数与乙抛出反面次数一样多.

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ②④



第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9) 已知复数 z 满足 $z(1+i) = 2$ ，则 $|z| =$ _____.

(10) 在 $(x^2 + \frac{2}{x^3})^5$ 的展开式中，常数项为_____。（用数字作答）.

(11) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和. 若 $S_3 = 12$ ， $a_2 + a_4 = 4$ ，则 $S_6 =$ _____.

(12) 天干地支纪年法，源于中国. 中国自古便有十天干与十二地支. 十天干即：甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸；十二地支即：子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥. 天干地支纪年法是按顺序以一个天干和一个地支相配，排列起来，天干在前，地支在后，天干由“甲”起，地支由“子”起，比如第一年为“甲子”，第二年为“乙丑”，第三年为“丙寅”，…，以此类推. 排列到“癸酉”后，天干回到“甲”重新开始，即“甲戌”，“乙亥”，之后地支回到“子”重新开始，即“丙子”，…，以此类推. 已知 2017 年为丁酉年，那么到新中国成立 100 年时，即 2049 年为_____年.

(13) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线为等边三角形 OAB 的边 OA, OB 所在直线，直线 AB 过双曲线的焦点，且 $|AB| = 2$ ，则 $a =$ _____.

(14) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ 或 } x \geq 1 \end{cases}$ 和 $g(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ 或 } x \geq 1, \end{cases}$

则 $g(2x) =$ _____；

若 $m, n \in \mathbf{Z}$ ，且 $m \cdot g(n \cdot x) - g(x) = f(x)$ ，则 $m + n =$ _____.



三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15) (本小题共13分)

$$\text{在} \triangle ABC \text{ 中, } \angle C = \frac{2\pi}{3}.$$

(I) 若 $c^2 = 5a^2 + ab$, 求 $\frac{\sin B}{\sin A}$;

(II) 求 $\sin A \cdot \sin B$ 的最大值.

(16) (本小题共13分)

近年来共享单车在我国主要城市发展迅速. 目前市场上有多种类型的共享单车, 有关部门对其中三种共享单车方式 (M 方式、 Y 方式、 F 方式) 进行统计 (统计对象年龄在 $15 \leq 55$ 岁), 相关数据如表1, 表2所示.

三种共享单车方式人群年龄比例 (表1)

方式 年龄分组	M 方式	Y 方式	F 方式
[15, 25)	25%	20%	35%
[25, 35)	50%	55%	25%
[35, 45)	20%	20%	20%
[45, 55]	5%	$a\%$	20%

不同性别选择共享单车种类情况统计 (表2)

性别 使用单车 种类数 (种)	男	女
1	20%	50%
2	35%	40%
3	45%	10%

(I) 根据表1估算出使用 Y 共享单车方式人群的平均年龄;

(II) 若从统计对象中随机选取男女各一人, 试估计男性使用共享单车种类数大于女性使用共享单车种类数的概率;

(III) 现有一个年龄在 $25 \leq 35$ 岁之间的共享单车用户, 那么他使用 Y 方式出行的概率最大, 使用 F 方式出行的概率最小, 试问此结论是否正确? (只需写出结论)



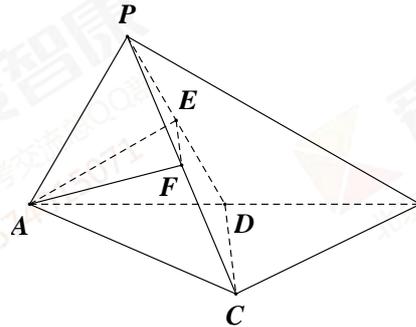
(17) (本小题共 14 分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 ABC , $AP \perp BP$, $AC \perp BC$, $\angle PAB = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$, D 是 AB 中点, E, F 分别为 PD, PC 的中点.

(I) 求证: $AE \perp$ 平面 PCD ;

(II) 求二面角 $B-PA-C$ 的余弦值;

(III) 在棱 PB 上是否存在点 M , 使得 $CM \parallel$ 平面 AEF ? 若存在, 求 $\frac{PM}{PB}$ 的值; 若不存在, 说明理由.



爱智康

北京高考交流总QQ群

(18) (本小题共 13 分)

已知函数 $f(x) = 2 \ln x + \frac{1}{x} - mx (m \in \mathbf{R})$.

(I) 当 $m = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为单调递减, 求 m 的取值范围;

(III) 设 $0 < a < b$, 求证: $\frac{\ln b - \ln a}{b - a} < \frac{1}{\sqrt{ab}}$.

(19) (本小题共 14 分)



已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $(0, \sqrt{2})$ ，且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

(I) 求椭圆 C 的方程；

(II) 设 A, B 是椭圆 C 的左、右顶点， P 为椭圆上异于 A, B 的一点，以原点 O 为端点分别与直线 AP 和 BP 平行的射线，交椭圆 C 于 M, N 两点，求证： $\triangle OMN$ 的面积为定值。

(20) (本小题共 13 分)

已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $a_i \in \mathbf{R}, i = 1, 2, \dots, n$ ，并且 $n \geq 2$ 。定义 $T(A) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_j - a_i|$ (例如： $\sum_{1 \leq i < j \leq 3} |a_j - a_i| = |a_2 - a_1| + |a_3 - a_1| + |a_3 - a_2|$)。

(I) 若 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 A 的子集 N 满足： $N \neq M$ ，

且 $T(M) = T(N)$ ，求出一个符合条件的 N ；

(II) 对于任意给定的常数 C 以及给定的集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，求证：存在集合

$B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ ，使得 $T(B) = T(A)$ ，且 $\sum_{i=1}^n b_i = C$ 。

(III) 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{2m}\}$ 满足： $a_i < a_{i+1}$ ， $i = 1, 2, \dots, 2m-1$ ， $m \geq 2$ ，

$a_1 = a, a_{2m} = b$ ，其中 $a, b \in \mathbf{R}$ 为给定的常数，求 $T(A)$ 的取值范围。



东城区 2016-2017 学年度第二学期高三综合练习（一）

高三数学参考答案及评分标准（理科）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

- (1) A (2) C (3) B (4) D
 (5) B (6) D (7) C (8) B

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

- (9) $\sqrt{2}$ (10) 40 (11) 6

- (12) 己巳 (13) $\frac{3}{2}$ (14) $g(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ 0, & x < 0 \text{ 或 } x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$ 4

三、解答题（共 6 小题，共 80 分）

- (15)（共 13 分）

解：（I）由余弦定理及题设

$$c^2 = a^2 + b^2 + ab = 5a^2 + ab,$$

$$\text{得 } b = 2a.$$

$$\text{由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \quad \frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A},$$

$$\text{得 } \frac{\sin B}{\sin A} = 2. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{(II) 由 (I) 知 } \angle A + \angle B = \frac{\pi}{3}.$$

$$\sin A \cdot \sin B = \sin A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - A\right)$$

$$= \sin A \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos A - \frac{1}{2} \sin A\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \sin 2A + \frac{1}{4} \cos 2A - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2} \sin\left(2A + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{4}.$$

$$\text{因为 } 0 < \angle A < \frac{\pi}{3},$$

$$\text{所以当 } \angle A = \frac{\pi}{6}, \sin A \cdot \sin B \text{ 取得最大值 } \frac{1}{4}. \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$



(16) (共 13 分)

解：(I) $a = 5$.

由表1知使用Y共享单车方式人群的平均年龄的估计值为：

Y方式： $20 \times 20\% + 30 \times 55\% + 40 \times 20\% + 50 \times 5\% = 31$.

答：Y共享单车方式人群的平均年龄约为31岁.5分

(II) 设事件 A_i 为“男性选择 i 种共享单车”， $i = 1, 2, 3$,

设事件 B_i 为“女性选择 i 种共享单车”， $i = 1, 2, 3$,

设事件 E 为“男性使用单车种类数大于女性使用单车种类数”.

由题意知， $E = A_2B_1 \cup A_3B_1 \cup A_3B_2$.

因此 $P(E) = P(A_2B_1) + P(A_3B_1) + P(A_3B_2)$
 $= 0.58$.

答：男性使用共享单车种类数大于女性使用共享单车种类数的概率为0.58.

.....11分

(III) 此结论不正确.13分

(17) (共 14 分)

解：(I) 在直角三角形 ABC 中，因为 $\angle ABC = 45^\circ$ ， D 为 AB 中点，

所以 $CD \perp AB$.

因为平面 $PAB \perp$ 平面 ABC ,

$CD \subset$ 平面 ABC ,

所以 $CD \perp$ 平面 PAB .

因为 $AE \subset$ 平面 PAB ,

所以 $CD \perp AE$.

在等边 $\triangle PAD$ 中， AE 为中线，

所以 $AE \perp PD$.

因为 $PD \cap DC = D$,

所以 $AE \perp$ 平面 PCD5分

(II) 在 $\triangle PAB$ 中，取 AD 中点 O ，连接 PO ，所以 $PO \perp AB$.

在平面 ABC 中，过 O 作 CD 的平行线，交 AC 于 G .

因为平面 $PAB \perp$ 平面 ABC ,

所以 $PO \perp$ 平面 ABC .

所以 $PO \perp OG$.

因为 OG, OB, OP 两两垂直，



如图建立空间直角坐标系 $O-xyz$.

设 $AB = 4a$, 则相关各点坐标为:

$$A(0, -a, 0), B(0, 3a, 0), C(2a, a, 0), P(0, 0, \sqrt{3}a), D(0, a, 0),$$

$$E(0, \frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a), F(a, \frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a).$$

$$\overrightarrow{AC} = (2a, 2a, 0), \overrightarrow{PA} = (0, -a, -\sqrt{3}a).$$

设平面 PAC 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$,

$$\text{则} \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{PA} = 0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} x + y = 0, \\ y + \sqrt{3}z = 0. \end{cases}$$

令 $z = 1$, 则 $y = -\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}$.

所以 $\mathbf{n} = (\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1)$.

平面 PAB 的法向量为 $\overrightarrow{DC} = (2a, 0, 0)$,

设 $\mathbf{n}, \overrightarrow{DC}$ 的夹角为 α , 所以 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

由图可知二面角 $B-PA-C$ 为锐角,

所以二面角 $B-PA-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$10分

(III) 设 M 是棱 PB 上一点, 则存在 $\lambda \in [0, 1]$ 使得 $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{PB}$.

因此点 $M(0, 3a\lambda, \sqrt{3}a(1-\lambda))$, $\overrightarrow{CM} = (-2a, a(3\lambda-1), \sqrt{3}a(1-\lambda))$.

由 (I) 知 $CD \perp$ 平面 PAB , $AE \perp PD$.

所以 $CD \perp PD$.

因为 $EF \parallel CD$,

所以 $EF \perp PD$.

又 $AE \cap EF = E$,

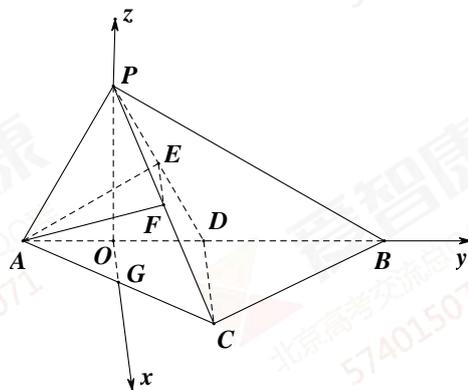
所以 $PD \perp$ 平面 AEF .

所以 PD 为平面 AEF 的法向量.

$$\overrightarrow{PD} = (0, a, -\sqrt{3}a).$$

因为 $CM \not\subset$ 平面 AEF , 所以 $CM \parallel$ 平面 AEF 当且仅当 $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{PD} = 0$,

$$\text{即} (-2a, a(3\lambda-1), \sqrt{3}a(1-\lambda)) \cdot (0, a, -\sqrt{3}a) = 0.$$





$$\text{解得 } \lambda = \frac{2}{3}.$$

因为 $\lambda = \frac{2}{3} \in [0, 1]$ ，所以在棱 PB 上存在点 M ，使得 $CM \parallel$ 平面 AEF ，

$$\text{此时 } \frac{PM}{PB} = \lambda = \frac{2}{3}. \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

(18) (共 13 分)

解：(I) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ 。

$$\text{当 } m = -1 \text{ 时, } f(x) = 2\ln x + \frac{1}{x} + x,$$

$$\text{所以 } f'(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + 1.$$

$$\text{因为 } f(1) = 2 \text{ 且 } f'(1) = 2,$$

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $2x - y = 0$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(II) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为单调递减，

则 $f'(x) \leq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立。

$$\text{即 } \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} - m \leq 0 \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上恒成立.}$$

$$\text{即 } \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \leq m \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上恒成立.}$$

$$\text{设 } g(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} (x > 0),$$

则 $m \geq [g(x)]_{\max}$ 。

$$\text{因为 } g(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} = -\left(\frac{1}{x} - 1\right)^2 + 1 (x > 0),$$

所以当 $x = 1$ 时， $g(x)$ 有最大值 1。

所以 m 的取值范围为 $[1, +\infty)$. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

(III) 因为 $0 < a < b$ ，不等式 $\frac{\ln b - \ln a}{b - a} < \frac{1}{\sqrt{ab}}$ 等价于 $\ln b - \ln a < \frac{b - a}{\sqrt{ab}}$ 。

$$\text{即 } \ln \frac{b}{a} < \sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ 令 } \sqrt{\frac{b}{a}} = t (t > 1), \text{ 原不等式转化为 } 2\ln t < t - \frac{1}{t}.$$

$$\text{令 } h(t) = 2\ln t + \frac{1}{t} - t,$$

由 (II) 知 $f(x) = 2\ln x + \frac{1}{x} - x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，



所以 $h(t) = 2\ln t + \frac{1}{t} - t$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减.

所以, 当 $t > 1$ 时, $h(t) < h(1) = 0$.

即当 $t > 1$ 时, $2\ln t + \frac{1}{t} - t < 0$ 成立.

所以, 当时 $0 < a < b$, 不等式 $\frac{\ln b - \ln a}{b - a} < \frac{1}{\sqrt{ab}}$ 成立.13分

(19) (共 14 分)

解: (I) 由题意得
$$\begin{cases} b = \sqrt{2}, \\ \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases} \quad \text{解得 } a = 2, b = \sqrt{2}.$$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$5分

(II) 设点 $P(x_0, y_0)$, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$.

① $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在 x 轴同侧, 不妨设 $x_1 > 0, x_2 < 0, y_1 > 0, y_2 > 0$.

射线 OM 的方程为 $y = \frac{y_0}{x_0 + 2}x$, 射线 ON 的方程为 $y = \frac{y_0}{x_0 - 2}x$,

所以 $y_1 = \frac{y_0}{x_0 + 2}x_1$, $y_2 = \frac{y_0}{x_0 - 2}x_2$, 且 $\frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{2} = 1$.

过 M, N 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 M', N' ,

$$\begin{aligned} S_{\triangle OMN} &= S_{\text{四边形}MM'N'N} - S_{\triangle OMM'} - S_{\triangle ONN'} \\ &= \frac{1}{2}[(y_1 + y_2)(x_1 - x_2) - x_1y_1 + x_2y_2] \\ &= \frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1) = \frac{1}{2}\left(x_1 \cdot \frac{y_0x_2}{x_0 - 2} - x_2 \cdot \frac{y_0x_1}{x_0 + 2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x_1x_2 \cdot \frac{4y_0}{x_0^2 - 4} = \frac{1}{2}x_1x_2 \cdot \frac{4y_0}{-2y_0^2} = -x_1x_2 \cdot \frac{1}{y_0}. \end{aligned}$$

$$\text{由 } \begin{cases} \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{2} = 1, \\ y_1 = \frac{y_0}{x_0 + 2}x_1, \end{cases} \quad \text{得 } x_1^2 + 2\left(\frac{y_0}{x_0 + 2}x_1\right)^2 = 4,$$

$$\text{即 } x_1^2 = \frac{4(x_0 + 2)^2}{(x_0 + 2)^2 + 2y_0^2} = \frac{4(x_0 + 2)^2}{(x_0 + 2)^2 + 4 - x_0^2} = 2 + x_0,$$



同理 $x_2^2 = 2 - x_0$ ，所以， $x_1^2 x_2^2 = 4 - x_0^2 = 2y_0^2$ ，即 $x_1 x_2 = -\sqrt{2}y_0$ ，

所以， $S_{\triangle OMN} = \sqrt{2}$ 。

② $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 在 x 轴异侧，方法同 ①。

综合①②， $\triangle OMN$ 的面积为定值 $\sqrt{2}$ 。14分

(20) (共 13 分)

解：(I) 由于 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ， $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，

所以 $N = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ ， $N = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ， $N = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

$N = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ， $N = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ，回答其中之一即可3分

(II) 若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，如果集合 A 中每个元素加上同一个常数 t ，形成新

的集合 $M = \{a_1 + t, a_2 + t, \dots, a_n + t\}$ 。5分

根据 $T(A) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_j - a_i|$ 定义可以验证： $T(M) = T(A)$ 。6分

取 $t = \frac{C - \sum_{i=1}^n a_i}{n}$ ，此时 $B = \{a_1 - \frac{C - \sum_{i=1}^n a_i}{n}, a_2 - \frac{C - \sum_{i=1}^n a_i}{n}, \dots, a_n - \frac{C - \sum_{i=1}^n a_i}{n}\}$ 。

通过验证，此时 $T(B) = T(A)$ ，且 $\sum_{i=1}^n b_i = C$ 。8分

(III) 由于 $m \geq 2$

$$\begin{aligned} T(A) &= (a_2 - a_1) + (a_3 - a_1) + (a_4 - a_1) + \dots + (a_{2m} - a_1) \\ &\quad + (a_3 - a_2) + (a_4 - a_2) + \dots + (a_{2m} - a_2) \\ &\quad + (a_4 - a_3) + \dots + (a_{2m} - a_3) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + (a_{2m} - a_{2m-1}) \\ &= -(2m-1)a_1 - (2m-3)a_2 - \dots - a_m + a_{m+1} + \dots + (2m-3)a_{2m-1} + (2m-1)a_{2m} \\ &= (2m-1)(a_{2m} - a_1) + (2m-3)(a_{2m-1} - a_2) + \dots + (a_{m+1} - a_m) \\ &= (2m-1)(b-a) + (2m-3)(a_{2m-1} - a_2) + \dots + (a_{m+1} - a_m) \quad \dots \dots \dots 11 \text{分} \end{aligned}$$

由于 $0 < a_{2m-1} - a_2 < b - a$ ，

$0 < a_{2m-2} - a_3 < b - a$ ，

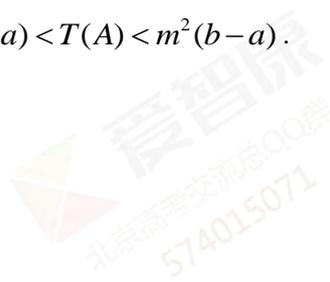
$0 < a_{2m-3} - a_4 < b - a$ ，

\vdots

$0 < a_{m+1} - a_m < b - a$ 。



所以 $(2m-1)(b-a) < T(A) < m^2(b-a)$13 分



北京高考交流总QQ群

574015071





爱智康

爱智康是好未来（前学而思教育）旗下高端品牌，从 2007 年开始探究 K12 有效的 1 对 1 教学模式，先后在北京、上海、广州、深圳、天津、杭州、成都、西安、南京、武汉、苏州、郑州，十二个城市地成立分支机构。目前已开设 1 对 1、5-7 人小组学习和在线学习等多种授课模式。爱智康在全国已有近 100 所辅导中心，数千名教职员工，成为美誉度颇高的 K12 辅导品牌之一。

二模 1 对 1 短期冲刺课

课程亮点

二模 1 对 1 短期冲刺课的内容安排可以有效帮助同学高效复习。以专题模块形式呈现重难点。有针对性的对试卷中 40%-50% 的基础题、20%-30% 的中档题、20%-30% 的难题，分配对应的学习时间和强度。每个专题都是为了解决考生在冲刺阶段最急切的重难点问题，命中考生急需提升的薄弱环节，帮助考生高效备考。

课程安排

二模 1 对 1 短期冲刺课
课次：4 次课
开课时间：二模考试前
开课校区：所有学习中心
报课热线：4000-121-121



扫码了解课程详情

微信资讯平台

北京高考指南



第一时间获取 **高考咨询、备考资料、干货讲座** 的平台

家长训练营



一个 **有深度、有高度、更有温度的** 家长福利组织

