



丰台区 2017 年高三年级第二学期综合练习（一）

数 学（理科）

2017.03

（本试卷满分共 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。
2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。
3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。
4. 请保持答题卡卡面清洁，不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 如果集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x < 1\}$ ， $B = \{-1, 0, 1\}$ ，那么 $A \cap B =$

- (A) $\{-2, -1, 0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$ (C) $\{0, 1\}$ (D) $\{-1, 0\}$

2. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ ，则“ $b \neq 0$ ”是“复数 $a + bi$ 是纯虚数”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 定积分 $\int_1^3 (2x - \frac{1}{x}) dx =$

- (A) $10 - \ln 3$ (B) $8 - \ln 3$ (C) $\frac{22}{3}$ (D) $\frac{64}{9}$

4. 设 E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 AB, BC 上的点，且 $AE = \frac{1}{2}AB$ ， $BF = \frac{2}{3}BC$ ，

如果 $\overrightarrow{EF} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ (m, n 为实数)，那么 $m+n$ 的值为

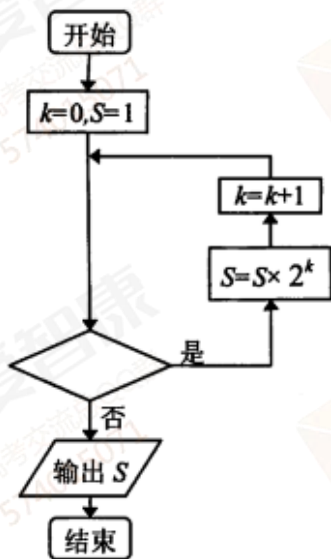
- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

高三数学（理科）第 1 页（共 6 页）

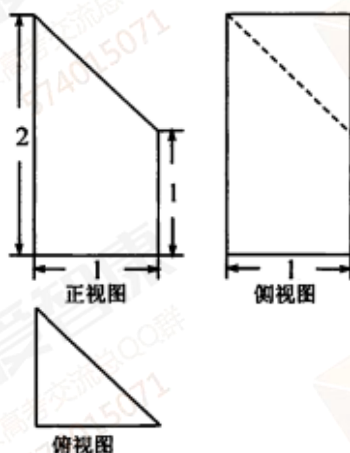


5. 执行如图所示的程序框图，若输出的 S 的值为 64，则判断框内可填入的条件是

- (A) $k \leq 3?$ (B) $k < 3?$ (C) $k \leq 4?$ (D) $k > 4?$



第 5 题



第 6 题

6. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为

- (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

7. 小明跟父母、爷爷奶奶一同参加《中国诗词大会》的现场录制，5 人坐成一排.

若小明的父母至少有一人与他相邻，则不同坐法的总数为

- (A) 60 (B) 72 (C) 84 (D) 96

8. 一次猜奖游戏中，1, 2, 3, 4 四扇门里摆放了 a, b, c, d 四件奖品（每扇门里仅放一件）.

甲同学说：1 号门里是 b ，3 号门里是 c ；乙同学说：2 号门里是 b ，3 号门里是 d ；

丙同学说：4 号门里是 b ，2 号门里是 c ；丁同学说：4 号门里是 a ，3 号门里是 c .

如果他们每人都猜对了一半，那么 4 号门里是

- (A) a (B) b (C) c (D) d



第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

9. 抛物线 $y^2 = 2x$ 的准线方程是_____.

10. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和. 若 $a_2 = 2$ ， $S_9 = 9$ ，则 $a_8 =$ _____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b^2 = ac$ ， $\angle B = \frac{\pi}{3}$ ，则 $\angle A =$ _____.

12. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 2 \leq 0, \\ x + y - 7 \leq 0, \\ x \geq 1, \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是_____.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $C_1: x + y = 4$ ，曲线 $C_2: \begin{cases} x = 1 + \cos\theta, \\ y = \sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)，

过原点 O 的直线 l 分别交 C_1 ， C_2 于 A ， B 两点，则 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的最大值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$ ，下列命题正确的有_____。(写出所有正确命题的编号)

① $f(x)$ 是奇函数；

② $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是单调递增函数；

③ 方程 $f(x) = x^2 + 2x$ 有且仅有 1 个实数根；

④ 如果对任意 $x \in (0, +\infty)$ ，都有 $f(x) > kx$ ，那么 k 的最大值为 2.

574015071



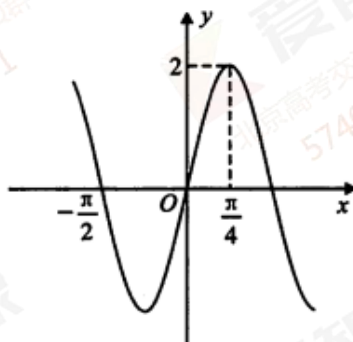
三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本小题共 13 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x)$ ($\omega > 0$) 的图象如图所示。

(I) 求 $f(x)$ 的解析式；

(II) 若 $g(x) = f(x) \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{6})$ ，求 $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调递减区间。



16. (本小题共 14 分)

如图 1，平面五边形 $ABCDE$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AB=2$ ， $CD=1$ ， $\triangle ADE$ 是边长为 2 的正三角形。现将 $\triangle ADE$ 沿 AD 折起，得到四棱锥 $E-ABCD$ (如图 2)，且 $DE \perp AB$ 。

(I) 求证：平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(II) 求平面 BCE 和平面 ADE 所成锐二面角的大小；

(III) 在棱 AE 上是否存在点 F ，使得 $DF \parallel$ 平面 BCE ？若存在，求 $\frac{EF}{EA}$ 的值；若不存在，请说明理由。

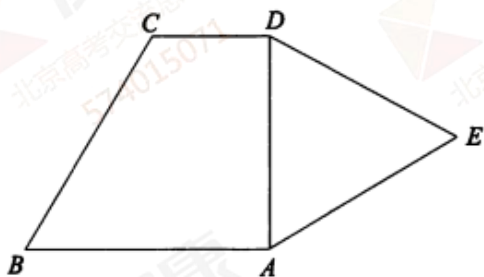


图 1

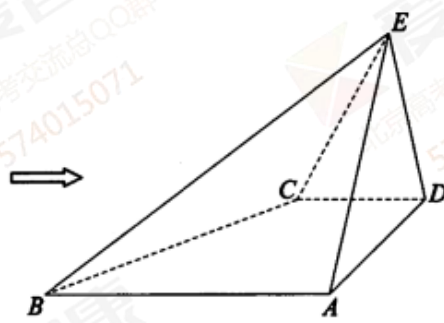


图 2



17. (本小题共 13 分)

某公司购买了 A, B, C 三种不同品牌的电动智能送风口罩. 为了解三种品牌口罩的电池性能, 现采用分层抽样的方法, 从三种品牌的口罩中抽出 25 台, 测试它们一次完全充电后的连续待机时长, 统计结果如下 (单位: 小时):

A	4	4	4.5	5	5.5	6	6		
B	4.5	5	6	6.5	6.5	7	7	7.5	
C	5	5	5.5	6	6	7	7	7.5	8 8

(I) 已知该公司购买的 C 品牌电动智能送风口罩比 B 品牌多 200 台, 求该公司购买的 B 品牌电动智能送风口罩的数量;

(II) 从 A 品牌和 B 品牌抽出的电动智能送风口罩中, 各随机选取一台, 求 A 品牌待机时长高于 B 品牌的概率;

(III) 再从 A, B, C 三种不同品牌的电动智能送风口罩中各随机抽取一台, 它们的待机时长分别是 a, b, c (单位: 小时). 这 3 个新数据与表格中的数据构成的新样本的平均数记为 μ_1 , 表格中数据的平均数记为 μ_0 . 若 $\mu_0 \leq \mu_1$, 写出 $a+b+c$ 的最小值 (结论不要求证明).

18. (本小题共 13 分)

已知函数 $f(x) = \ln(kx) + \frac{1}{x} - k$ ($k > 0$).

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 对任意 $x \in [\frac{1}{k}, \frac{2}{k}]$, 都有 $x \ln(kx) - kx + 1 \leq mx$, 求 m 的取值范围.



19. (本小题共 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 右焦点为 F , 点 $P(0, 1)$ 在椭圆 C 上.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 过点 F 的直线交椭圆 C 于 M, N 两点, 交直线 $x=2$ 于点 P , 设 $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{MF}$,

$\overrightarrow{PN} = \mu \overrightarrow{NF}$, 求证: $\lambda + \mu$ 为定值.

20. (本小题共 13 分)

对于 $\forall n \in \mathbb{N}^*$, 若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} - x_n > 1$, 则称这个数列为“ K 数列”.

(I) 已知数列: $1, m+1, m^2$ 是“ K 数列”, 求实数 m 的取值范围;

(II) 是否存在首项为 -1 的等差数列 $\{a_n\}$ 为“ K 数列”, 且其前 n 项和 S_n 满足

$S_n < \frac{1}{2}n^2 - n$? 若存在, 求出 $\{a_n\}$ 的通项公式; 若不存在, 请说明理由;

(III) 已知各项均为正整数的等比数列 $\{a_n\}$ 是“ K 数列”, 数列 $\left\{\frac{1}{2}a_n\right\}$ 不是“ K 数

列”, 若 $b_n = \frac{a_{n+1}}{n+1}$, 试判断数列 $\{b_n\}$ 是否为“ K 数列”, 并说明理由.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)