

9. 若函数 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 1$, 则 $f(2) =$ _____ .

10. 若函数 $y = f(x)$ 表示如下 :

x	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	4	3

则 $f[f(x)] - x = 0$ 的所以解构成的集合为 _____ .

11. 函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 , 且当 $x > 0$ 时 , $f(x) = x - 1$, 则不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为 _____ .

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1}, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - k$ 有两个不同点 , 则实数 k 的取值范围为 _____ .

13. 某市出租汽车收费标准如下 : ①3公里以内收费12元 ; ②超过3公里但不超过15公里 , 超过的部分每公里收费2.4元 ; ③超过15公里 , 超过的部分每公里收3.6元 . 张先生某次乘坐出租车结算时 , 发现出租车费恰好平均每公里3元 , 则张先生乘坐出租车行驶的里程为 _____ 公里 .

14. 已知 a 为实数 , 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > a \\ x, & x \leq a \end{cases}$, 若存在实数 k , 使得函数 $y = f(x) - k$ 有两个不同的零点 , 则实数 a 的取值范围为 _____ .

解答

15. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 定义域为 A .

(1) 求集合 $A \cap \mathbf{N}$.

(2) 集合 $B = \{y | y = x^2 + a, x \in A\}$, 若集合 $A \cap B$ 中恰好只有一个元素为自然数 , 求实数 a 的取值范围 .

16. 已知集合 $A = \{3, a, a^2 - 2\}$, 其中 a 为实数 .

(1) 若 $-1 \in A$, 求 a 的值 .

(2) 已知集合 $B = \{x | x^2 + 5x + 6 < 0\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围 .

17. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ 为偶函数 , 且有一个零点为2 .

(1) 求实数 a, b 的值 .

(2) 若 $g(x) = f(x) - kx$ 在 $[0, 3]$ 上的最小值为 -5 , 求实数 k 的值 .

18. 已知二次函数 $y = f(x)$ 满足条件 : $f(0) = -3$, $f(3) = 0$, 且对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(1+x) = f(1-x)$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式 .

(2) 若直线 $y = kx + 1$ 与 $y = f(x)$ 的图像交于 A, B 两点, 点 A, B 在 x 轴上的正投影分别为 A_0, B_0 , 求线段 A_0B_0 的长度的最小值.

19. 已知函数 $f(x)$ 满足:

① $f(1) = 1$;

② 对于任意的 $x, y \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$;

③ 若 $x \neq y$, 则 $(x-y)[f(x) - f(y)] > 0$.

(1) $f(0)$ 及 $f(\frac{1}{2})$ 的值.

(2) 求证: $y = f(x)$ 是奇函数.

(3) 解关于 x 的不等式 $f(x^2) - 2f(x) > 3$.

20. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 若存在区间 $[a, b] \subseteq D$, 使得 $\{y | y = f(x), x \in [a, b]\} = [a, b]$, 称区间 $[a, b]$ 为函数 $y = f(x)$ 的“和谐区间”.

(1) 请直接写出函数 $f(x) = x^3$ 的所有“和谐区间”.

(2) 若 $[0, m] (m > 0)$ 为函数 $f(x) = \left| \frac{3}{2}x - 1 \right|$ 的一个“和谐区间”, 求 m 的值.

(3) 求函数 $f(x) = x^2 - 2x$ 的所有“和谐区间”.

2016~2017学年10月北京海淀区清华大学附属中学高一上学期月考数学试卷

选择

1. 【答案】 D
2. 【答案】 A
3. 【答案】 B
4. 【答案】 C
5. 【答案】 D
6. 【答案】 C
7. 【答案】 B
8. 【答案】 C

填空

9. 【答案】 2
10. 【答案】 $\{1, 3, 4\}$.
11. 【答案】 $\{x | -1 \leq x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$.
12. 【答案】 $0 < k < 1$.
13. 【答案】 8或22 .

14. 【答案】 $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$.

解答

15. 【答案】 (1) $\{0, 1\}$.

(2) $(0, 1]$.

16. 【答案】 (1) $a = 1$.

(2) $(-\infty, -3] \cup [-2, +\infty)$.

17. 【答案】 (1) $a = 0$, $b = -4$.

(2) $k = 2$.

18. 【答案】 (1) $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

(2) 4 .

19. 【答案】 (1) $\frac{1}{2}$.

(2) 证明见解析 .

(3) $x > 3$ 或 $x < -1$.

20. 【答案】 (1) $[-1, 0]$, $[0, 1]$, $[-1, 1]$.

(2) $m = 2$.

(3) $[-1, 0]$ 和 $[-1, 3]$.