

高一第一学期数学试题 12.19

满分为 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

1. 气象台预报“厦门市明天降雨的概率是 80%”，下列理解正确的是

- A. 厦门市明天将有 80% 的地区降雨
- B. 厦门市明天将有 80% 的时间降雨
- C. 明天出行不带雨具肯定要淋雨
- D. 明天出行不带雨具淋雨的可能性很大

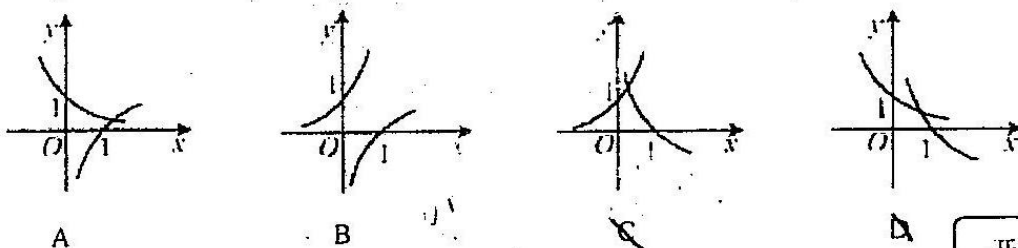
2. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 5, 7\}$, 则集合 $C_U(A \cup B)$ 为

- A. $\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$
- B. $\{1, 2, 5\}$
- C. $\{3, 5, 7\}$
- D. $\{6\}$

3. 某校共有 60 人参加“为马拉松喝彩”比赛，其中男队员 18 人，女队员 42 人，现用分层抽样的方法从全体队员中抽取一个容量为 10 的样本，则应抽取的女队员人数为

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 9

4. 当 $a > 1$ 时，在同一坐标系中，函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图象是



5. 如图所示的程序框图是用来计算 $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$ 的结果，

则判断框内可以为

- A. $i \leq 11?$
- B. $i > 11?$
- C. $i \leq 13?$
- D. $i > 13?$

6. 下列函数中，是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上为减函数的是

- A. $y = x^2$
- B. $y = x^3$
- C. $y = x^{-2}$
- D. $y = x^{-3}$

7. 某产品的广告费用 x (万元) 与销售额 y (万元) 的统计数据如下表 (一个数据上有污渍):

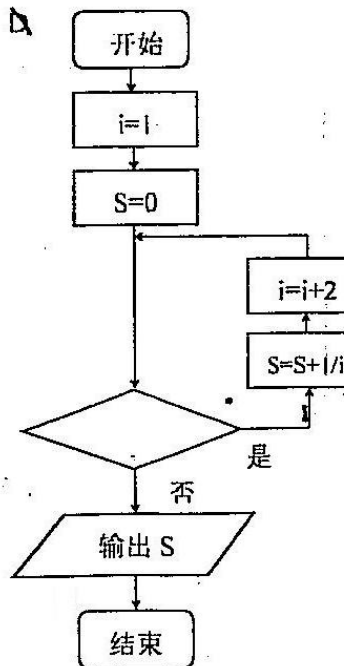
广告费用 x (万元)	4	2	3	5
销售额 y (万元)	49	26	39	

已知该公司根据原有统计数据 (没有污渍前) 得线性回归方程 $\hat{y} = 9.4x + 9.1$,

则污渍部分的数据是

- A. 50
- B. 52
- C. 54
- D. 58

8. 将某选手的 9 个得分去掉 1 个最高分，去掉 1 个最低分，7 个剩余分数的平均分为 91，现场做的 9 个分数的茎叶图后来有一个数据模糊，无法辨认，在图中以 x 表示：



$$\begin{array}{l} 8 | \quad 7 \quad 7 \\ 9 | \quad 4 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad x \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

则 7 个剩余分数的方差是

- A. $\frac{116}{9}$ B. $\frac{36}{7}$ C. 36 D. $\frac{6\sqrt{7}}{7}$

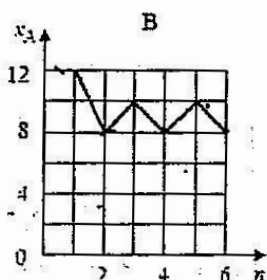
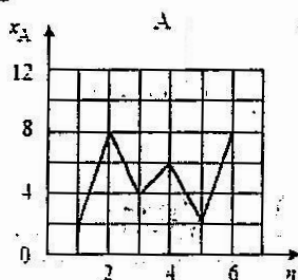
9. 如图, 样本 A 和 B 分别来自两个不同的总体, 它们的样本平均数分别为 \bar{x}_A 和 \bar{x}_B , 样本标准差分别为 S_A 和 S_B , 则下列结论正确的是

A. $\bar{x}_A > \bar{x}_B, S_A > S_B$

B. $\bar{x}_A > \bar{x}_B, S_A < S_B$

C. $\bar{x}_A < \bar{x}_B, S_A > S_B$

D. $\bar{x}_A < \bar{x}_B, S_A < S_B$



10. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 且在 $(-\infty, 0]$ 上是增函数, 设 $a=f(\log_4 7)$,

$b=f(\log_2 3)$, $c=f(0.2^{0.6})$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $c < b < a$ B. $b < c < a$ C. $b < a < c$ D. $a < b < c$

11. 已知函数 $f(x) = a(x-1)^3 + bx + c$ ($a \in \mathbb{R}, b, c \in \mathbb{Z}$), 对于取定的一组 a, b, c 的值,

若计算得到 $f(-1) = 2$, 则 $f(3)$ 的值一定不能等于

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

12. 定义在 D 上的函数 $f(x)$ 若同时满足:

① 存在 $M > 0$, 使得对任意的 $x_1, x_2 \in D$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| < M$;

② $f(x)$ 的图象存在对称轴或对称中心.

则称 $f(x)$ 为“ P -函数”. 已知函数 $f_1(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ 和 $f_2(x) = \lg(\sqrt{x^2 + 1} - x)$, 以下

结论一定正确的是

A. $f_1(x)$ 是 P -函数

B. $f_2(x)$ 是 P -函数

C. $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 都是 P -函数

D. $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 都不是 P -函数

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

下表提供了某厂节能降耗技术改造后的产值 x (千万元) 与相应的成本 y (千万元) 的几组对照数据

x	3	4	5	6
y	1.25	1.5	2	2.25

根据上表提供的数据，求得 y 关于 x 的线性回归方程 $y = \hat{b}x + 0.175$ ，则 $\hat{b} =$ _____。

14. 定义在 \mathbb{R} 上的偶函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上递增，函数 $f(x)$ 的一个零点为 $-\frac{1}{9}$ ，则满足 $f(\log_{\frac{1}{9}} x) \geq 0$ 的 x 的取值集合是 _____。

15. 用秦九韶算法 $\begin{cases} v_0 = a_n, \\ v_k = v_{k-1}x + a_{n-k} \end{cases} (k=1, 2, \dots, n)$ 求多项式

$f(x) = x^7 - 2x^6 + 3x^5 - 4x^4 + 1$ ，当 $x = 2$ 时的函数值的过程中， $v_4 =$ _____。

16. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 10, & x \leq 0, \\ \ln x - 2, & x > 0. \end{cases}$ 的零点个数是 _____ 个。

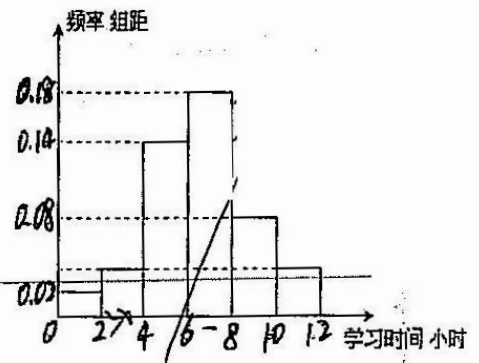
三、解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，在答题卷上相应题目的答题区域内作答。

17. (本题满分12分)

我市某校为了解高一年级900名学生的周末学习情况，随机调查了50名学生的周末学习时间，其频率分布直方图如图所示，数据的分组依次为 $[0, 2), [2, 4), [4, 6), [6, 8), [8, 10), [10, 12]$ ，第二组与第六组的频率相等。

(I) 求第二组的频率；

(II) 根据频率分布直方图，用样本估计总体的思想，估计该校高一年级学生周末学习时间在 $[6, 10)$ 小时的人数。



18. (本题满分12分)

某购物中心举行“庆国庆回报顾客”的超低价购物有礼活动，

某人对购物中心交款处排队等候付款的人数及其概率统计如下：

排队人数	0	20	30	40	50	50人以上
概率	0.1	0.16	0.3	0.3	0.1	0.04

求：(I) 至多30人排队的概率；

(II) 至少30人排队的概率。

19. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-2} (x \in [3, 6])$

(I) 求函数 $f(x)$ 在 $[3, 6]$ 上的单调性? 并证明你的结论;

(II) 若函数 $g(x) = m$ 的图象恒在 $f(x)$ 的图象的上方, 求 m 的取值范围

20. (本小题满分 12 分)

为贯彻党的十八届三中全会精神, 厦门加紧建设对台自由贸易园区. 某企业为打入台湾市场, 决定从 A, B 两种产品中只选择一种进行投资生产. 已知投资生产这两种产品的有关数据如下表: (单位: 万美元)

项目类别	年固定成本	每件产品成本	每件产品销售价	每年最多可生产的件数
A 产品	20	m	10	200
B 产品	40	8	18	120

其中年固定成本与年生产的件数无关, m 为常数, $m \in [7, 9]$. 另外, 年销售 x 件 B 产品, 需上交 $0.05x^2$ 万美元的特别关税. 假设生产出来的产品都能在当年销售出去.

(I) 分别求该厂投资生产 A, B 两种产品的年利润 y_1, y_2 与生产相应产品的件数 x 之间的函数解析式;

(II) 分别求投资生产 A, B 两种产品的最大年利润.

21 (本小题满分 12 分)

知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x) = \frac{x+n}{x^2+1}$ 为奇函数.

I) 求实数 n 的值;

II) 设函数 $g(x) = x^2 - 2\lambda x - 2\lambda$, 若对于任意 $x_1 \in [0, 1]$, 总存在 $x_2 \in [0, 1]$,

使得 $g(x_2) > f(x_1)$ 成立, 求实数 λ 的取值范围;

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x} + 5$ (其中 $a, b \in \mathbb{R}$ 为常数) 满足 $f(2) + f(-2) = 26$;

(I) 若 $f(-1) = -2000$, 求 $f(1)$;

(II) 若函数 $\varphi(x) = xf(x) + 2^x + 2^{-x} (x \in (0, 1))$ 的值域为 $(0, \frac{15}{2})$, 求 b 的值;